# 1.Гармонический осциллятор в отсутствие трения.

Начальные условия:

В виде системы двух ДУ:

Точки равновесия:

Следовательно точка (0, 0) на фазовой плоскости является точкой равновесия. В ее окрестности:

Первый интеграл (интеграл энергии):

Следовательно (0,0) — это центр.

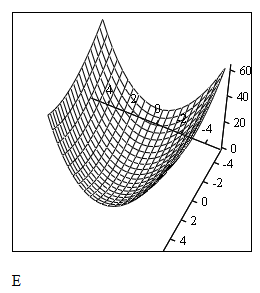


Рисунок . Модель первого интеграла в трехмерном пространстве

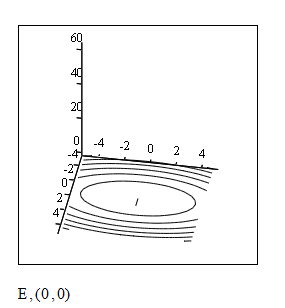


Рисунок . Проекция первого интеграла на фазовую плоскость.

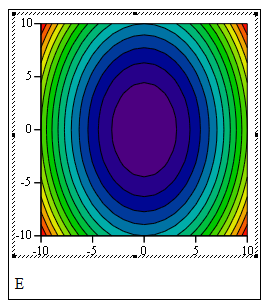


Рисунок . Фазовый портрет гармонического осциллятора без трения

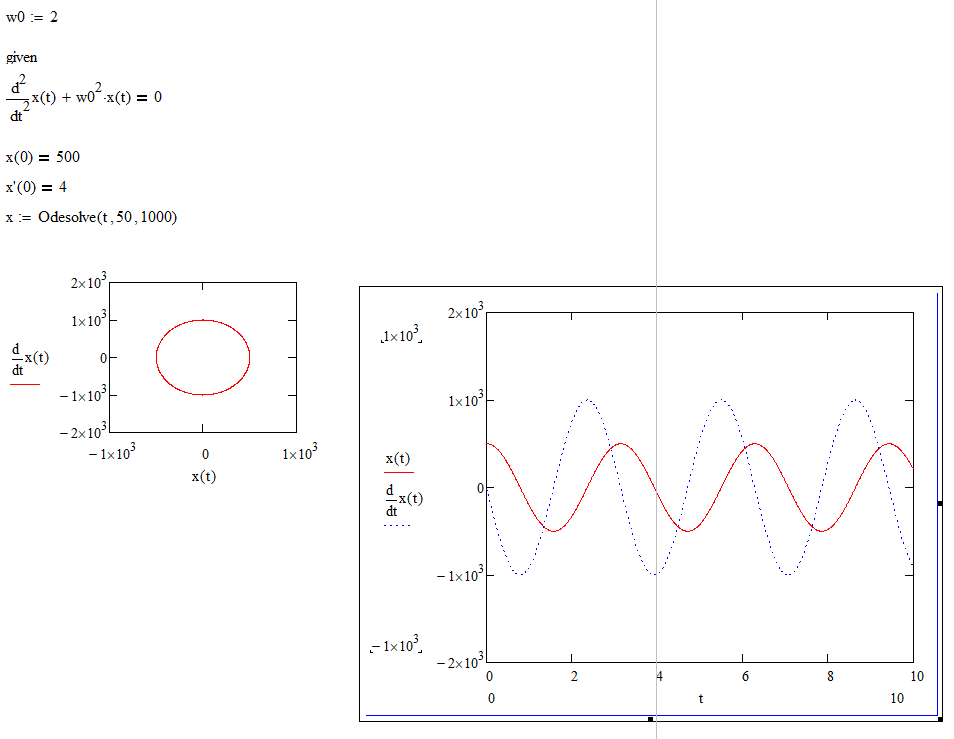


Рисунок . Фазовая траектория из точки (500, 4) и график динамики функции с ее производной

Потенциальная функция:

Парабола, имеет один минимум

# 2. Ангармонический осциллятор в отсутствие трения.

В виде системы двух ДУ:

Точки равновесия:

Следовательно, точки равновесия:

В окрестности точки (0, 0):

Следовательно, (0,0) — это центр.

В окрестности (:

Следовательно, ( — это седло.

Первый интеграл системы:

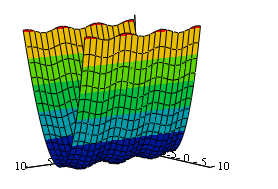


Рисунок . Модель первого интеграла в трехмерном пространстве.

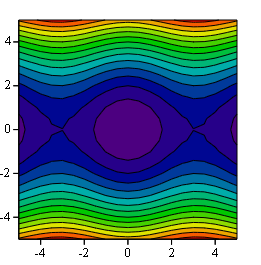


Рисунок . Фазовый портрет, как проекция первого интеграла на ФП

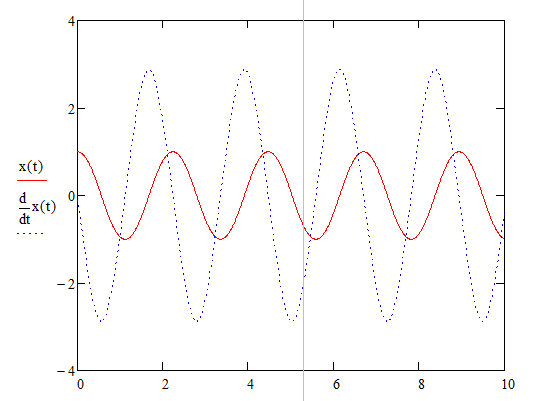


Рисунок . График динамики функции с производной.

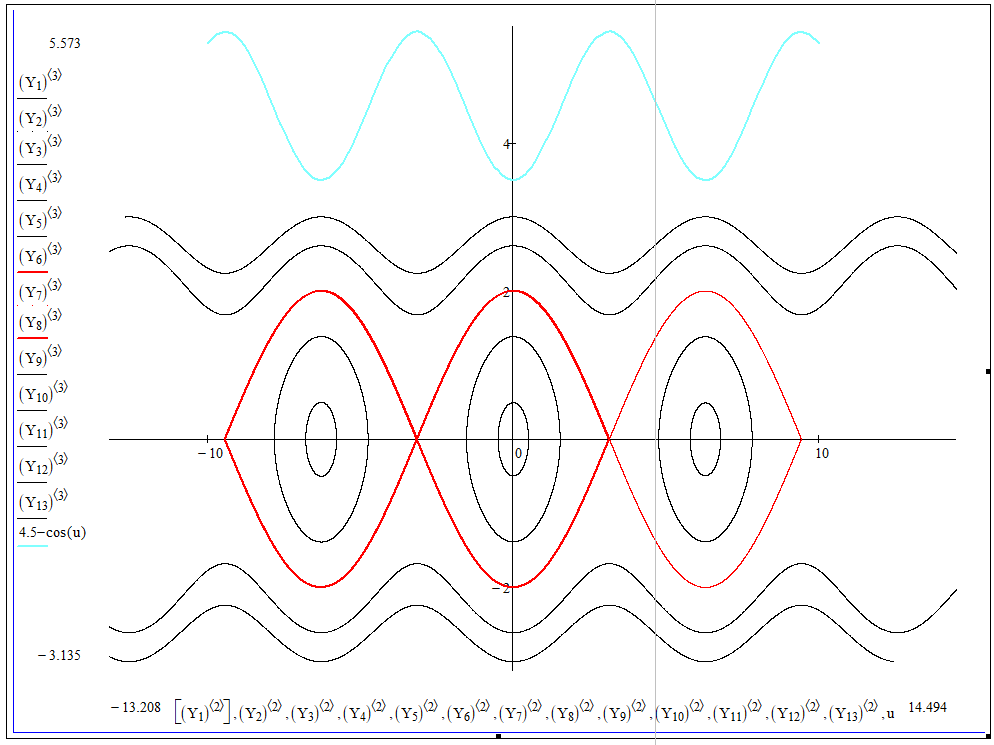


Рисунок . Фазовый портрет с отображением сепаратрис и потенциальной функции.

# 3. Гармонический осциллятор с трением

Исходное уравнение:

В виде системы двух ДУ:

Система линейная, следовательно точка равновесия (0, 0)

Матрица системы:

При корни принимают вид: и точка асимптотически устойчива – устойчивый фокус. Движение описывается затухающими колебаниями

При корни принимают вид: и точка асимптотически устойчива – устойчивый узел. Движение апериодично, без колебаний.

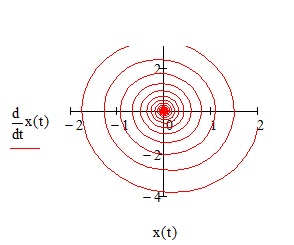


Рисунок . Фазовый портрет при δ<1

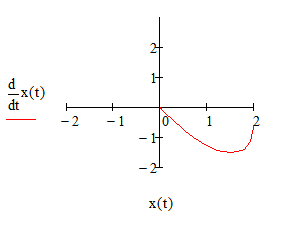


Рисунок . Фазовый портрет при δ>1

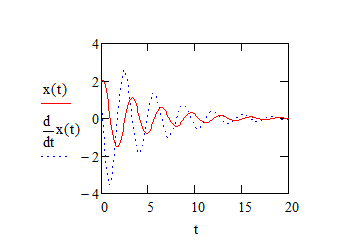


Рисунок . Динамика системы и производной при δ<1

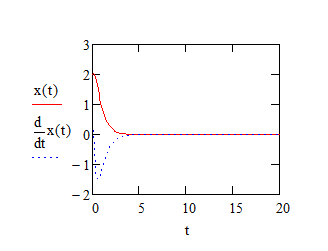


Рисунок . Динамика системы и производной при δ>1

# 4. Ангармонический осциллятор с трением

Исходное уравнение:

В виде системы ДУ:

Состояния равновесия:

Следовательно, с.р. = .

В окрестности точек с четным коэффициентом k система имеет следующее линеаризованное приближение:

При имеем асимптотически устойчивые узлы, система без колебаний (рис. 13).

При корни комплексно-сопряженные, точка – устойчивый фокус. Траектория системы определяется спиралью вокруг точки равновесия.

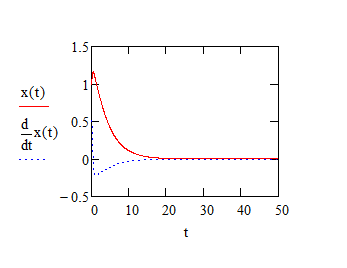


Рисунок . Динамика системы при

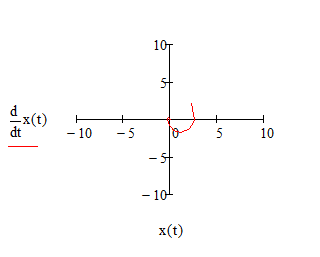


Рисунок . Фазовый портрет вокруг точки с четным k (0, 0)

В окрестности же точек c нечетным k имеем:

И следовательно это седловые точки, система неустойчива.

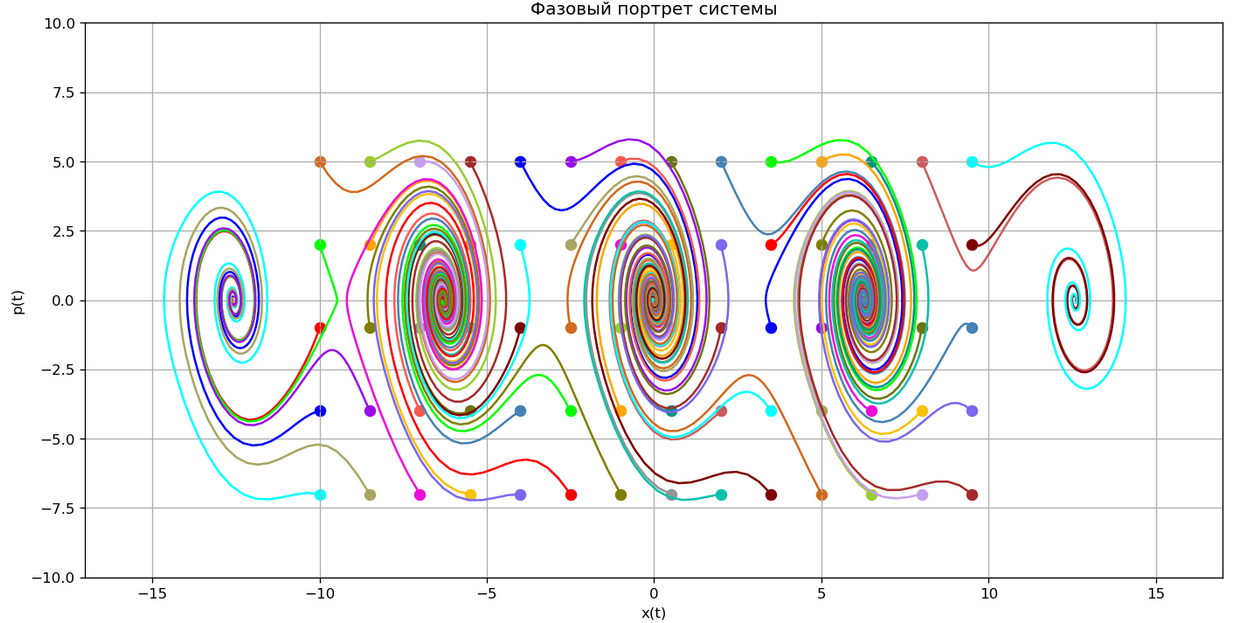


Рисунок . Фазовый портрет системы.